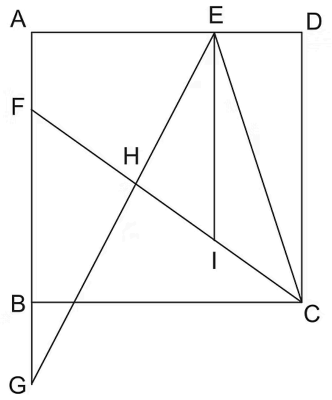
八州会
難関・最難関
中高大受験

No.1　　香川県2021年度（大問5）



[問題概要]
左図で,
- 四角形ABCDは正方形
- 線分CFは，∠BCEの二等分線
- DE=BG
- ABとEIが平行

のとき,
(1) △FGH∽△IEHを証明せよ
(2) CE＝FGを証明せよ

(2)のみの解説です。

（解答方針）
(2)
長さ，角度，平行の情報は図に最大限書き入れる（ひらめきが起こりやすくなる）
まず，ヒントの整理から。問題文のヒントはすべて使うように作られているので，全部拾う。
・最初に，CE＝FGだがこれらは遠く離れているので直接の関係はなさそう
（位置的に離れていても，対称な関係に注意。特に，等しい長さや等しい角度が登場するときはチェックする）
・次に，長さの設定がない
（必要がないから○cmと設定されていない問題なのだ、と考える。長さを用いない解法なのかも？）
・等しい角度を見つけたら，式の関係で表せるか考える

（解説）※試験用の正式な答案ではなく，自習用の解説です
仮定よりDE＝BG，正方形の一辺の長さは等しいからDC＝BC。２組の辺がそれぞれ等しいことまで把握できたので，三角形の合同条件まであと一歩。そこで，GとCを結ぶ。
△DECと△GBCにおいて，DE＝BG（仮定），DC=BC（正方形の各辺の長さが等しい)，∠CDE＝∠CBG＝90°（仮定）。したがって，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△DEC≡△GBC……①
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，CE=CG……②が成り立つ
（←①，②などの式番号は後で呼び出すためのものです。少し進んでから「あの式が必要だったかも」と気づくことが多いので，必要になったときに番号を振りに戻ってくればOKです）

次に，∠BCF＝∠ECF＝a°（仮定）とおく。すると，∠DCE＝90°－2a であり，①より対応する角の大きさは等しいから，∠BCG＝90－2a より，∠DCE＝∠BCGである
（←b°とおいてもOKですが，計算量が多くないときは文字の種類は少なめにしましょう）

ここで∠GFCは，△BCFが直角三角形であることから，∠GFC＝90－a である。一方，∠GCF＝∠BCF＋∠GCB＝a+(90－2a)=90－a であるので，∠GCF＝∠GFCが成り立つ。三角形の２つの角の大きさが等しいから，△GCFは二等辺三角形である
（←「二等辺三角形」のキーワードは必ず用いること。2角が等しいから２辺が等しい，との説明だけでは飛躍のため減点される可能性があります）
したがって，２辺が等しいためFG＝CGであり，②よりCE＝FGが成り立つ。