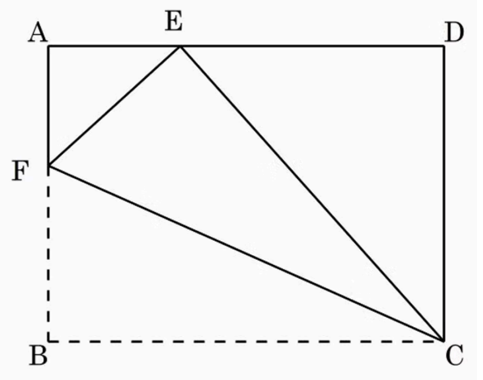
No.2　　愛媛県2021年度（大問5）



[問題概要]

左図で，

- AB＝10cm，AF＝４cm
- △BCFを折り返し，点EはADに重なった

1. △AEF∽△DCEを証明せよ
2. AEの長さを求めよ
3. CEとBDの交点をGとするとき，四角形BGEFの面積を求めよ

（解答方針）

3.　求める四角形BGEFの形状から確認する。（←四角形の種類により，公式が決まる）

→台形ではないので公式利用不可

→ただの四角形なので，『分割する』『囲んで引く』の２つが有力

『分割する』なら，BDとFCの交点をPとして，

BGEF＝△BPF＋PGEF

が成り立つが，PGEFを求めるのに手間がかかりそう。（←イマイチな解法に見えてもすぐには切らない。これしかない場合もあります）

次に，『囲んで引く』場合には，たとえば

BGEF＝ABCD－△AFE－△BCD－△CDE

などの分け方が考えられるので，現時点で有力な方法。

ここで，問題文に「折り返した」とある。「折り返し」の図形は，折り返しの前後の図形が合同になる

（合同条件を示さずに合同である，と述べてOKです）

（←折り返しの知識を理解していると，面積を求める場合にも活用できます。合同以外にも「軸対象」「軸は，Aと対称点A’を結んだ線分AA’の垂直二等分線」などが頻出です）

本解説では，合同であることを利用した分割方法を説明します。公立入試ではよくこの解法が効く問題が頻出なので，ぜひ取り入れてみてください。

（解説）※試験用の答案ではなく，自習用の解説です

折り返した図形は合同だから，△BCF≡△ECFである。

だから，BGEF＝△BCF＋△ECF－△BCG＝△BCF×２－△BCG

ここで，条件整理。仮定，(1)，(2)の結果から，

$$\mathrm{AB}=10, \mathrm{AF}=4, \mathrm{BF}=6, \mathrm{AE}=2\sqrt{5}, \mathrm{ED}=2\sqrt{5}, \mathrm{AD}=6\sqrt{5}$$

である。すると，

$$\triangle\mathrm{BCF}=\mathrm{BC}\times\mathrm{BF}\times\frac{1}{2}=6\sqrt{5}\times 6\times\frac{1}{2}=18\sqrt{5}$$

次に，△BCGは，

$$\triangle\mathrm{BCD}\times\frac{\mathrm{BG}}{\mathrm{BD}}$$

で表されるので，△BCG∽△DEGから，

$$\mathrm{BG}:\mathrm{DG}=6\sqrt{5}:4\sqrt{5}=3:2$$

したがって，

$$\triangle \mathrm{BCG} = 6\sqrt{5} \times 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = 18\sqrt{5}$$

よって,

$$\mathrm{BGEF} = 18\sqrt{5} \times 2 - 18\sqrt{5} = 18\sqrt{5}$$